Efekt Comptona

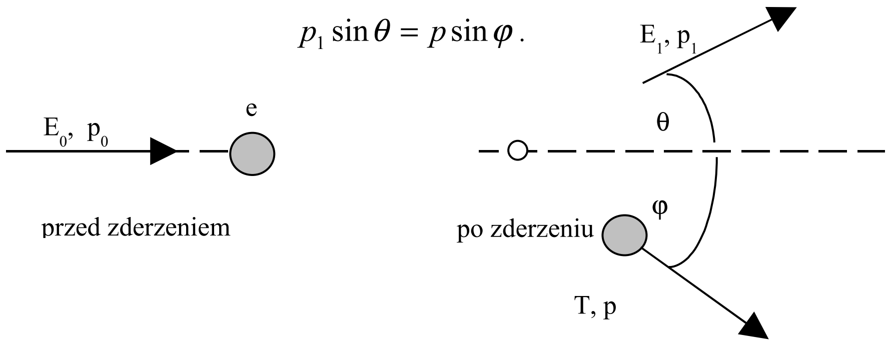
W 1923 roku Compton odkrył następujące zjawisko: gdy wiązka promieni rentgenowskich o ściśle określonej długości fali λ_0 ulega przy przechodzeniu przez metalową folię rozproszeniu pod kątem θ, wówczas promieniowanie rozproszone zawiera składową o ściśle określonej długości fali λ_1 większej niż λ_0. Zjawisko to nazwano *zjawiskiem Comptona*.

Rozpatrzymy zderzenie między kwantem a swobodnym, nieruchomym elektronem, jak na rysunku poniżej. Na rysunku z prawej strony kwant rozproszony jest pod kątem θ i oddala się z całkowitą energią relatywistyczną E_1 i pędem p_1, podczas gdy elektron odrzucony jest pod kątem φ z energią kinetyczną T i pędem p. W tym zagadnieniu zderzenia Compton posłużył się zasadą zachowania pędu i całkowitej energii relatywistycznej. Zasada zachowania pędu wymaga, aby:

$$p_0 = p_1 \cos\theta + p\cos\varphi$$

oraz

$$p_1 \sin\theta = p\sin\varphi .$$



Podnosząc do kwadratu te równania otrzymujemy:

$$(p_0 - p_1\cos\theta)^2 = p^2\cos^2\varphi$$

$$\text{i} \qquad p_1^2 \sin^2\theta = p^2 \sin^2\varphi .$$

Dodając otrzymujemy:

$$p_0^2 + p_1^2 - 2p_0 p_1 \cos\theta = p^2 .(*)$$

Zasada zachowania energii wymaga aby:

$$E_0 + m_0c^2 = E_1 + T + m_0c^2 .$$

Stąd

$$E_0 - E_1 = T ,$$

co oznacza:

$$c(p_0 - p_1) = T .(**)$$

Zgodnie z równaniami:

$$mc^2 = T + m_0c^2 \qquad \text{i} \qquad E^2 = m^2c^4 = c^2p^2 + m_0^2c^4$$

mamy:

$$\left(T + m_0c^2\right)^2 = c^2p^2 + \left(m_0c^2\right)^2 .$$

Tak więc:

$$T^2 + 2Tm_0c^2 = c^2p^2 .$$

Obliczając p^2 z równania (*) i T z równania (**) mamy:

$$(p_0 - p_1)^2 + 2m_0c(p_0 - p_1) = p_0^2 + p_1^2 - 2p_0p_1\cos\theta ,$$

co redukuje się do:

$$m_0c(p_0 - p_1) = p_0p_1(1 - \cos\theta) .$$

Mnożąc przez *h* i stosując równanie $p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$ otrzymujemy:

$$\lambda_1 - \lambda_0 = \lambda_c(1 - \cos\theta) ,$$

gdzie

$$\lambda_c = \frac{h}{m_0c} = 0{,}02426 \cdot 10^{-8}\, cm$$

jest tzw. comptonowską długością fali.