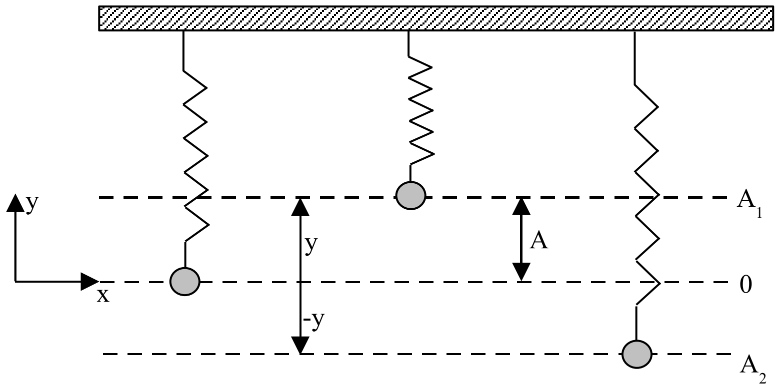
Drgania mechaniczne

Drgania harmoniczne

W przyrodzie i technice często mamy do czynienia z ruchem powtarzającym się w jednakowych odstępach czasu, czyli okresowym. Nazywamy ten ruch również ruchem drgającym. Przykładem może tu być ruch tłoka silnika spalinowego, gdy koło zamachowe wiruje ze stałą prędkością. Jego szczególnym przypadkiem jest ruch *harmoniczny*. Aby go opisać posłużymy się modelem jak na rysunku 1.

Rys. 1 Ruch masy zawieszonej na sprężynie



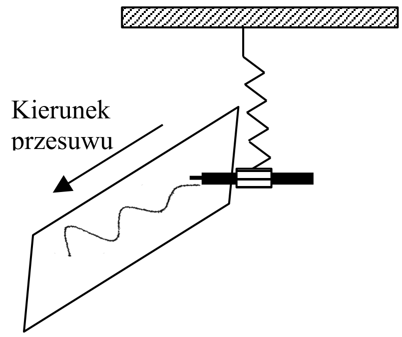
Po zawieszeniu masy *m* sprężyna odkształca się. Pojawia się wówczas skierowana do góry siła sprężysta, która równoważy siłę grawitacji. Zajęte wtedy przez masę położenie nazywa się położeniem równowagi (punkt 0). Jeżeli wychylimy masę z położenia równowagi, a następnie pozostawimy ją działaniu sił sprężystych, wówczas wykonuje ona drgania.

Gdy masa wykona ruch z położenia A_1 do punku A_2 i z powrotem, wówczas mamy jedno pełne drganie. Czas jego trwania nazywamy *okresem T. Jest to więc odstęp czasu, po upływie którego drganie się powtarza*. *Częstotliwością f drgań* nazywamy przypadającą na jednostkę czasu liczbę drgań. Związek między tymi wielkościami jest następujący:

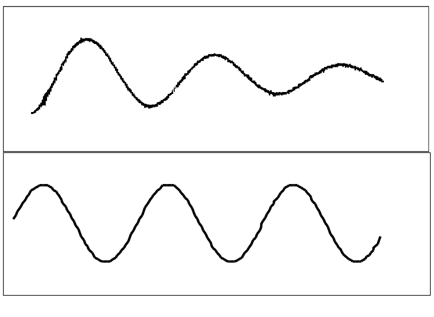
$$f = \frac{1}{T}\,[Hz]$$

Aby sprawdzić jak zachowuję się w czasie *t* wychylenie *y* masy od położenia równowagi wystarczy przeprowadzić doświadczenie jak na rysunku 2.

Rys. 2 Badanie drgań



Zamiast masy zawieszonej na sprężynie umieszczamy pisak. Wyprowadzając układ z równowagi obserwujemy figurę jaką kreśli pisak na przesuwającej się kartce. Trzeba tu zaznaczyć, że otrzymamy *rzeczywistą* krzywą zależności amplitudy wychylenia od czasu. Jest to krzywa *gasnąca* to znaczy taka, której amplituda maleje z czasem. Spowodowane jest to rozpraszaniem energii na tarcie o powietrze, efekty sprężystości sprężyny, itd. Takie drganie nazywamy *tłumionym*. Gdyby nie występowały żadne opory ruchu to raz wytrącony układ z położenia równowagi ciągle był w ruchu a maksymalna amplituda wychylenia nie malała by w czasie. Oba wykresy przedstawione są na rysunku 3.



Rys. 3 a) Drgania gasnące (tłumione), b) drgania niegasnące

Z rysunku 3 widzimy, że wartość wychylenia y zmienia się w czasie jak funkcja sinus czyli możemy zapisać:

$$y = A\sin\omega t,$$

gdzie ωt – *faza drgań*, A – *amplituda drgań (równa maksymalnej wartości wychylenia y)*. Drgania, które opisujemy powyższym równaniem nazywamy ***prostymi drganiami harmonicznymi***.
Wiedząc, że funkcja sinus jest funkcją okresową o okresie 2π możemy zapisać:

$$\sin\omega(t+T) = \sin(\omega t + 2\pi)$$

$$\omega(t+T) = (\omega t + 2\pi)$$

czyli: $$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Prędkość i przyspieszenie w ruchu harmonicznym

Wielkościami charakteryzującymi każdy ruch są prędkość i przyspieszenie. Również w ruchu harmonicznym mamy z nimi do czynienia. Prędkość jest pierwszą pochodną wychylenia względem czasu, zaś przyspieszenie drugą wychylenia pochodną względem czasu:

$$v = \frac{dy}{dt} = A\omega\cos\omega t$$

$$a = \frac{d^2y}{dt^2} = -A\omega^2\sin\omega t = -\omega^2 y$$

Z ostatniego wzoru wynika, że wartość przyspieszenia w ruchu harmonicznym jest proporcjonalna do wartości wychylenia z położenia równowagi. Wiemy też, że wartość siły działającej na ciało, zgodnie z drugim prawem dynamiki Newtona, jest równa:

$$F = ma = -m\omega^2 y.$$

Znak minus informuje nas, że siła zwrócona jest przeciwnie do wychylenia.
W przypadku opisywanych przez nas drgań ruch zachodzi pod działaniem siły sprężystości *Fs* sprężyny. Siła ta jest wprost proporcjonalna do wychylenia y i do *współczynnika sprężystości k sprężyny*:

$$F_s = -ky.$$

Porównując teraz obie przedstawione siły możemy zapisać:

$$ma = -ky$$

$$a = -\frac{k}{m}y.$$

Porównując teraz z wzorem na ω możemy zapisać:

$$\omega^2 = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m}.$$

Po przekształceniach otrzymujemy:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

czyli wzór opisujący okres drgań *oscylatora harmonicznego*. Wynika z niego, że okres zależy od masy ciała i współczynnika sprężystości sprężyny. ***Okres nie zależy od amplitudy drgań!***