Przemiany termodynamiczne

Przemiana izotermiczna

Przemiana izotermiczna jest przemianą, w której temperatura układu jest stała:

$$dT = 0,$$

czyli:

$$T_1 = T_2 = T_3 = \ldots = T_n = const.$$

Udowodnimy, że równanie stanu gazu przyjmuje wtedy postać:

$$p_1V_1 = p_2V_2 = \ldots = pV = RT.$$

Pisząc I Zasadę Termodynamiki dla przemiany mamy:

$$dU - pdV = dQ.$$

Wiedząc, że zmiana energii wewnętrznej wiąże się z zmianą temperatury zapisujemy:

$$dU = c_V dT,$$

ale w przemianie izotermicznej dT = 0, więc nie mamy tu do czynienia ze zmianą energii wewnętrznej układu:

$$dU = 0.$$

Możemy więc zapisać I Zasadę Termodynamiki następująco:

$$-pdV = dQ,$$

przy czym wiedząc, że zmiana dQ wynosi:

$$dQ = c_p dT$$

możemy dalej zapisać:

$$-pdV = c_p dT.$$

Jak już wiemy c_p i c_V związane są przez R:

$$c_p - c_V = R,$$

więc możemy dalej przekształcić:

$$-pdV = (R - c_V)dT$$

$$-pdV = RdT - c_V dT$$

Wiedząc, że:

$$dT = 0$$

mamy:

$$-pdV = RdT.$$

Korzystamy teraz z równania stanu gazu i obliczmy pochodną:

$$pV = RT,$$

$$Vdp = RdT.$$

Podstawiając otrzymujemy:

$$-pdV = Vdp.$$

Porządkując równanie rozwiązujemy je całkując obustronnie:

$$-\frac{dp}{p} = \frac{dV}{V},$$

$$-\int_{p_1}^{p_2} \frac{1}{p} dp = \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV$$

$$-\ln\frac{V_1}{V_2} = \ln\frac{p_1}{p_2}.$$

Korzystając z właściwości logarytmów możemy zapisać:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2},$$

czyli uogólniając:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 = \ldots = p_n V_n = const.$$

c.n.d.

Otrzymany wzór nosi nazwę wzoru ***Boyle'a*** *i* ***Mariotte'a.***

Pracę wykonaną w tej przemianie obliczymy z całki:

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} p dV = -RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV = -RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$